

Aufgabenblatt 20

Abgabe: 08.06.2020

Aufgabe 1.

Sei V ein Vektorraum. Wir betrachten die Untervektorräume V_1, V_2, W_1 und W_2 von V , wobei $V_1 \oplus V_2 = W_1 \oplus W_2$ gelten soll.

a) Zeige: Ist $\dim(V) < \infty$, so gilt

$$V_1 \cong W_1 \Rightarrow V_2 \cong W_2.$$

Hierbei bedeutet $X \cong Y$, dass X und Y isomorph sind.

b) Folgt auch aus $V_1 = W_1$, dass $V_2 = W_2$ gilt?

Aufgabe 2.

Es sei $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $f(x) = Ax$ gegeben, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 \\ 2 & 5 & 8 & 11 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimme eine Basis von $\ker(f)$.

b) Bestimme eine Basis von $\operatorname{im}(f)$.