

**Aufgabenblatt 25**

Abgabe: 06.06.2016

**Aufgabe 1.**Es sei  $(a_n)$  wie folgt rekursiv gegeben:

$$a_n = a_{n-1} + n^2 - 5n, a_0 = -2.$$

| $n$       | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_n$     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| $a'_n$    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| $a''_n$   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| $a'''_n$  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| $a''''_n$ |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

- Schreibe die geforderten Glieder von  $(a_n)$  in das Differenzenschema.
- Vollende das Differenzenschema. Welchen Grad  $m$  hat die arithmetische Folge  $(a_n)$ ?
- Ermittle nach dem gelernten Verfahren aus dem Differenzenschema eine explizite Form für  $(a_n)$  unter Nutzung von Binomialkoeffizienten.
- Vereinfache den Ausdruck zu einem Polynom der Form  $\sum_{k=0}^m b_k \cdot n^k$ .
- Beweise deine explizite Form induktiv.

**Aufgabe 2.**

- Welche Typen von Folgen weist man mit Differenzen-, Quotienten und Differenzen-Quotienten-Schema nach?
- Von welchem Typ sind  $(b_n)$  und  $(c_n)$ ?  
*Tipp:* Üblicherweise haben geometrische Folgen höchstens den Grad zwei, arithmetische und rekursive Folgen auch durchaus höher, in dieser etwas umfangreicheren Rechenübung bis vier. Wer a) jetzt immer noch nicht beantworten kann, sollte verstehendes Lesen trainieren.

|       |     |     |      |       |         |          |           |            |             |               |                |
|-------|-----|-----|------|-------|---------|----------|-----------|------------|-------------|---------------|----------------|
| $n$   | 0   | 1   | 2    | 3     | 4       | 5        | 6         | 7          | 8           | 9             | 10             |
| $b_n$ | 0,2 | 3,2 | 51,2 | 819,2 | 13107,2 | 209715,2 | 3355443,2 | 53687091,2 | 858993459,2 | 13743895347,2 | 219902325555,2 |
| $c_n$ | 1   | 1   | 1    | 1     | -5      | 7        | -23       | 55         | -125        | 307           | -725           |