Aufgabenblatt 28

Abgabe: 04.07.2016

Aufgabe 1.
Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch?

a) $\sqrt{11}$ ist eine rationale Zahl.

b) Zwischen zwei verschiedenen rationalen Zahlen liegen immer überabzählbar viele reelle Zahlen.

c) $\sqrt{\frac{169}{9}}$ ist eine rationale Zahl.

d) Das Quadrat von einer reellen Zahl ist immer rational.

Aufgabe 2.
Welche der folgenden Mengen sind abzählbar, welche überabzählbar?

a) Die Menge der reellen Zahlen, die zwischen 2 und 2,1 liegen.

b) Die Menge aller reellen Zahlen, deren Quadrat eine rationale Zahl ist (diese Menge enthält also alle rationalen Zahlen, aber auch Zahlen wie $\sqrt{2}$ oder $\sqrt{7}$).

c) Die Vereinigung von zwei abzählbaren Mengen.

Aufgabe 3.

a) Zwischen zwei verschiedenen rationalen Zahlen p und q gibt es immer eine weitere rationale Zahl.
Tipp: Du könntest zum Beispiel die Zahl nehmen, die sich genau in der Mitte zwischen p und q befindet. Welche Darstellung muss eine rationale Zahl besitzen? Gilt dies immer für die gewählte Zahl?

b) Warum folgt daraus sogar, dass es zwischen p und q unendlich viele rationale Zahlen gibt?

Aufgabe 4.

a) Wie viele Schritte würdest du brauchen, um mit dem Halbierungsverfahren (Startwerte 0 und 9) $\sqrt[3]{9}$ (Das ist die relle Zahl x, für die gilt $x^3 = 9$) auf eine Nachkommastelle genau auszurechnen?

b) Berechne mit dem Heron-Verfahren (Startwert 1) die ersten sechs (inkl. Startwert) Annäherungen an $\sqrt{7}$. Du darfst für größere Divisionen den Taschenrechner nutzen. Gleiche mit dem Taschenrechner (oder einen anderen Quelle) ab, wie genau du nach jedem Schritt bist.

Homepage: `https://www2.math.hu-berlin.de/~schadema/msg/msg.html`