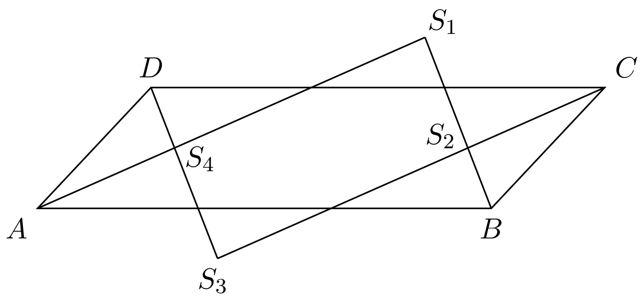
Aufgabenblatt 9

zum 7.12.2015

Aufgabe 1.
Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck mit $\left|\overline{AB}\right| = \left|\overline{AC}\right|$, in welchem die Winkelhalbierende von $\measuredangle ABC$ senkrecht auf $\overline{AC}$ steht. Zeige, dass $\triangle ABC$ ein gleichseitiges Dreieck ist.

Aufgabe 2.
Dir sei die Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks bekannt. Beweise damit die Formel für den Flächeninhalt eines Dreiecks.
Hinweis: Zeichne auf geschickte Weise ein Rechteck um das Dreieck.

Aufgabe 3.
In einem Parallelogramm $ABCD$ mit $\left|\overline{AB}\right| > \left|\overline{BC}\right|$ seien die Winkelhalbierenden der Innenwinkel bei A, B, C und D konstruiert. Die dabei auftretenden Schnittpunkte von Winkelhalbierenden seien so mit S_1, S_2, S_3 und S_4 bezeichnet, wie aus der Abbildung ersichtlich.



a) Beweise, dass das Viereck $S_1S_2S_3S_4$ unter diesen Voraussetzungen stets ein Rechteck ist.

b) Zusätzlich werde nun vorausgesetzt, dass der Punkt S_1 auf der Strecke $\overline{CD}$ liegt. Beweise, dass durch die hiermit vorliegenden Voraussetzungen das Verhältnis $\left|\overline{AB}\right| : \left|\overline{BC}\right|$ eindeutig bestimmt ist. Ermittle dieses Verhältnis.

c) Die in (b) genannte zusätzliche Voraussetzung werde nun nicht mehr gestellt. Stattdessen sei – zusätzlich zu (a) – vorausgesetzt, dass das Parallelogramm $ABCD$ ein Rechteck ist. Beweise, dass unter den jetzt gestellten Voraussetzungen das Viereck $S_1S_2S_3S_4$ stets ein Quadrat ist.