

Aufgabenblatt 18

Abgabe: 24.04.2017

Aufgabe 1.

Ein bekanntes mathematisches Spiel ist der „Turm von Hanoi“. Auf einem von drei Stäben sitzen n Scheiben, die kleinste oben, die größte unten. Die Aufgabe besteht darin, diese Scheiben auf einen der anderen Stäbe zu bringen, wobei folgende Regeln zu beachten sind:

1. In jedem Schritt darf nur eine Scheibe bewegt werden.
2. Nie darf eine größere Scheibe auf einer kleineren liegen.

Zeige mit vollständiger Induktion, dass man diese Aufgabe mit $2^n - 1$ Schritten lösen kann.

Aufgabe 2.

Es geht die Legende, dass die Mönche eines buddhistischen Klosters das Spiel „Turm von Hanoi“ mit $n = 64$ Scheiben aus echtem Gold spielen, ... und solange sie damit beschäftigt sind, geht die Welt nicht unter. Angenommen, die Mönche brauchen zu jedem Zug genau eine Sekunde. Wie viele Jahre brauchen sie, bis sie fertig sind?

Aufgabe 3.

Beweise für jede natürliche Zahl $n \geq 1$

$$\sum_{k=-4}^{n-4} 2^{\sqrt{k^2+8k+16}} = 2^{n+1} - 1.$$