Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät II
Institut für Mathematik
Unter den Linden 6, D-10099 Berlin
Dr. Claudia Schillings

Lineare Algebra und analytische Geometrie (WS 16/17)

Übungsblatt 1

Abgabe 24.10.2016 vor der Vorlesung.

Weitere Informationen zur Vorlesung und Übungen finden Sie unter: `https://www2.mathematik.hu-berlin.de/~schillcl/Homepage_LinAlg/index.html`

Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt. Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe (Übungstermin und Übungsleiter)!

1. Wir betrachten die Standardebene $\mathbb{R}^2$.

(i) Veranschaulichen Sie (graphisch) mittels eines Beispiels, dass die Addition im $\mathbb{R}^2$, definiert durch $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ für $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$,

- assoziativ ist.
- kommutativ ist.

Beschreiben Sie hierzu die Addition geometrisch, indem Sie jeden Punkt des $\mathbb{R}^2$ als Vektor betrachten.

(ii) Sei $a, b \in \mathbb{R}^2$ mit $a \neq (0,0)$. Wir definieren eine Gerade G als die Menge

$$G := \{\, z \in \mathbb{R}^2 \mid z = a\lambda + b,\ \lambda \in \mathbb{R} \,\} .$$

Ist die Addition von zwei Punkte $z, w \in G$ abgeschlossen, d.h. gilt $z + w \in G$? Können Sie Bedingungen finden, unter denen dies gilt?

(iii) Wir betrachten nun zwei Geraden $G_1 := \{\, z \in \mathbb{R}^2 \mid z = a_1\lambda + b_1,\ \lambda \in \mathbb{R} \,\}$ mit $a_1, b_1 \in \mathbb{R}^2$, $a_1 \neq (0,0)$ und $G_2 := \{\, z \in \mathbb{R}^2 \mid z = a_2\lambda + b_2,\ \lambda \in \mathbb{R} \,\}$ mit $a_2, b_2 \in \mathbb{R}^2$, $a_2 \neq (0,0)$. Bestimmen Sie die Schnittmenge der Geraden für

- $a_1 = (2,1),\ b_1 = (1,1),\ a_2 = (-4,-2),\ b_2 = (2,4)$.
- $a_1 = (2,1),\ b_1 = (2,1),\ a_2 = (-4,-2),\ b_2 = (2,1)$.
- $a_1 = (2,1),\ b_1 = (1,1),\ a_2 = (1,2),\ b_2 = (2,4)$.

2. (i) Sei $a = 2 + i \in \mathbb{C}$ und $b = 1 - 3i \in \mathbb{C}$. Berechnen Sie $a + b,\ a \cdot b, \frac{\bar{b}}{a}$.

(ii) Geben Sie die Polarkoordinaten von a an.

(iii) Skizzieren Sie die Menge $M := \{\, z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Re}\frac{1}{z} > 0 \,\}$.