Humboldt-Universität zu Berlin
Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät II
Institut für Mathematik
Unter den Linden 6, D-10099 Berlin

Dr. Claudia Schillings

Lineare Algebra und analytische Geometrie (WS 16/17)

Übungsblatt 2

Abgabe 31.10.2016 vor der Vorlesung.

Weitere Informationen zur Vorlesung und Übungen finden Sie unter: `https://www2.mathematik.hu-berlin.de/~schillcl/Homepage_LinAlg/index.html`

Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt. Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und Ihre Übungsgruppe (Übungstermin und Übungsleiter)!

1. Zeigen Sie folgende Aussagen:

(i) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow ((\neg A) \vee (\neg B))$

(ii) $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow ((\neg A) \wedge (\neg B))$

(iii) $(A \wedge B) \vee C \Leftrightarrow ((A \vee C) \wedge (B \vee C))$

(iv) $(A \vee B) \wedge C \Leftrightarrow ((A \wedge C) \vee (B \wedge C))$

wobei A, B, C Aussagen sind.

2. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion folgende Aussage:

$$\sum_{j=1}^{n} j^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

für jedes $n \in \mathbb{N}$.

3. Zeigen Sie mittels Ringschluss ($''(i) \Rightarrow (ii)''$, $''(ii) \Rightarrow (iii)''$ und $''(iii) \Rightarrow (i)''$), dass die folgenden Aussagen für zwei Mengen M, N äquivalent sind:

(i) $N \subset M$

(ii) $M \cap N = N$

(iii) $M \cup N = M$.

4. Beweisen Sie die Regeln von de Morgan:

Es seien A_1, A_2 Mengen, und es sei B eine Menge mit $A_1 \subset B$ und $A_2 \subset B$. Dann gilt

(i) $(A_1 \cup A_2)^{c_B} = (A_1)^{c_B} \cap (A_2)^{c_B}$,

(ii) $(A_1 \cap A_2)^{c_B} = (A_1)^{c_B} \cup (A_2)^{c_B}$.