MSG 2019/20 - Zirkel 8a
Peat Schmolke

Zirkel 15

Aufgaben vom Zirkel am 29.01.20

1. **Minimum und Maximum**

   Wir betrachten den Term $x + \frac{1}{x}$ für *positive rationale Zahlen* x.

   Finde durch Einsetzen verschiedener Werte für x heraus, ob dieser Term einen kleinsten bzw. einen größten Wert annimmt. (Nicht nur natürliche Zahlen probieren!)

   Falls du einen kleinsten bzw. größten Wert vermutest, wie groß ist dieser? Versuche, eine Begründung dafür zu finden.

2. Beweise: Für 4 positive reelle Zahlen a, b, c, d mit $abcd = 1$ gilt stets $a + b + c + d \geq 4$.

3. Beweise, dass für jede positive reelle Zahl a stets gilt:

$$\frac{a^2}{1 + a^4} \leq \frac{1}{2}.$$

   Wann gilt Gleichheit?

4. Stelle dir vor, du fährst von Adorf nach Bstedt mit einer mittleren Geschwindigkeit von 30 km/h. Wie schnell musst du auf dem Rückweg fahren, damit du die gesamte Strecke, Hin- und Rückweg zusammen, eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 60 km/h hast?

5. Schreibe in jedes freie Feld des 7×7-"Schachbretts" eine Zahl. Felder mit gleichen Zahlen müssen horizontal und vertikal zusammenhängende Bereiche bilden, die ausgenaus so vielen Feldern bestehen, wie die Zahl angibt. Zwei verschiedene, horizontal oder vertikal zusammenstoßende Bereiche dürfen nicht die gleiche Größe haben.

5			3			1
	3			4		4
3	1	4	6		3	
	4			2	2	3
	3				4	
2	3		5			2
5		5	1		4	4