MSG 2019/20 - Zirkel 8a
Peat Schmolke

Zirkel 8

Aufgaben vom Zirkel am 20.11.19

1. Setze die folgenden Zahlenfolgen sinnvoll fort und erkläre jeweils das von dir gefundene Muster.

   a) 3, 7, 11, 15, 19, 23
   b) 41, 33, 25, 17, 9, 1
   c) 3, 6, 12, 24, 48, 96
   d) 1,-3, 5,-7, 9,-11
   e) $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{4}$, 2, $\frac{13}{6}$, $\frac{16}{7}$, $\frac{19}{8}$
   f) $\frac{1}{2}$, 1, 3, 12, 60, 360, 2520
   g) 1, 2, 5, 20, 25, 150, 157, 1256, 1275
   h) 3, 5, 9, 17, 33, 65, 129

2. Finde zu den ersten drei Folgen aus voriger Aufgabe jeweils eine explizite Beschreibung (das heißt eine Formel für das n-te Glied).

3. Wir definieren zwei Zahlenfolgen (a_n) und (b_n): Die Folge (a_n) ist explizit gegeben durch
$$a_n = 3^n - 2^n$$
für alle n.

   Die Folge (b_n) ist rekursiv gegeben durch
$$b_1 = 1, b_2 = 5, b_{n+2} = 5b_{n+1} - 6b_n$$
für alle n.

   Berechne die ersten fünf Glieder von (a_n) und von (b_n). Was fällt dir auf?

   Zusatz: Kannst du deine Beobachtung beweisen?

4. Fünf Piraten stehen vor einer Klippe. Sie haben zusammen einen Schatz mit 100 Goldmünzen erbeutet und nun wollen sie ihn aufteilen. Sie einigen sich auf folgendes Verfahren: Der erste Pirat darf einen Vorschlag machen, wie der Schatz aufgeteilt werden soll. Dann stimmen alle fünf Piraten über diesen Vorschlag ab. Wenn die Mehrheit der Piraten für den Vorschlag ist, dann wird der Vorschlag angenommen und die Goldmünzen werden entsprechend aufgeteilt. Wenn nicht, dann wird der erste Pirat von der Klippe gestoßen. Anschließend darf der zweite Pirat einen Vorschlag der Aufteilung unter den restlichen vier Piraten machen, dann wird darüber abgestimmt und so weiter. Welchen Vorschlag sollte der erste Pirat machen, um möglichst viele Münzen zu erhalten (und nicht von der Klippe gestoßen zu werden)?

   Bemerkung: Jeder Pirat möchte natürlich für sich selbst den größtmöglichen Gewinn herausschlagen. Daher stimmt ein Pirat bei einer Abstimmung dann und nur dann für die vorgeschlagene Aufteilung, wenn er andernfalls weniger Goldmünzen kriegen würde.

   Tipp: Versuche zunächst ein paar Spezialfälle: Wie lautet die Antwort, wenn es statt fünf Piraten nur zwei Piraten gäbe? Wie ist es bei drei Piraten? Bei vier?