

Zirkel 12

Aufgaben vom Zirkel am 09.12.20

Im Unterricht haben wir festgestellt, dass genau die Reste bei Teilung durch n ein Reziproke modulo n haben, die teilerfremd zu n sind. Nun wollen wir herausfinden, wie viele solcher Zahlen es gibt.

Die Eulersche Phi-Funktion $\varphi(n)$ gibt an, wie viele Zahlen kleiner als n teilerfremd zu n sind.

$$\varphi(n) = \#\{a \in \mathbb{N} \mid 1 \leq a \leq n \text{ und } \text{ggT}(a, n) = 1\}$$

1. Schreibt eine Python-Funktion $\text{phi}(n)$, die euch zu einer natürlichen Zahl den Wert der Phi-Funktion zurückgibt. Benutzt zum Beispiel den Euklidischen Algorithmus, um das ggT zu bestimmen.
2. Schaut euch die Werte für die ersten 20 Zahlen an.

Zum Beispiel mit:

```
for n in range(1, 20):  
    print("phi(", n, ")=", phi(n), sep = '')
```

3. Wie lässt sich die Phi-Funktion einer Primzahl bestimmen? Könnt ihr das begründen?