

Zirkel 15

Aufgaben vom Zirkel am 06.01.20

1. Aufgabe aus dem Unterricht: ADDIROBI

Der Rechenroboter ADDIROBI kreiert seine Zahlen selbst. Zu Beginn hat er nur die Zahl 1 im Speicher. In jedem Schritt kann ADDIROBI zwei Zahlen aus seinem Speicher auswählen (auch zweimal dieselbe), die beiden Zahlen addieren und die Summe zum Speicher hinzufügen.

Beispiel: Um die Zahl 6 im Speicher zu erhalten, könnte ADDIROBI

$$2 (= 1 + 1), \quad 3 (= 2 + 1), \quad 4 (= 3 + 1), \quad 6 (= 4 + 2)$$

berechnen (4 Schritte), aber er könnte auch

$$2 (= 1 + 1), \quad 4 (= 2 + 2), \quad 6 (= 2 + 4)$$

berechnen (nur 3 Schritte).

ADDIROBI soll in möglichst wenigen Schritten die Zahl 51 kreieren. Findet die Minimalzahl an Schritten, die dafür nötig sind, und begründet, dass weniger Schritte nicht ausreichen.

2. Dringend gesucht

Gesucht ist eine zweistellige Zahl, die zu ihrer Spiegelzahl addiert eine Quadratzahl liefert. Im Dual-, Oktal- und Duodezimalsystem ist die gesuchte Zahl jeweils ein Palindrom, das heißt ihre Zahlensystemdarstellung hat von vorne und hinten gelesen den gleichen Wert, oder mit anderen Worten: im Dual-, Oktal- und Duodezimalsystem ist die gesuchte Zahl mit ihrer Spiegelzahl identisch.

(Probe: a) Die Anzahl der Teiler der gesuchten Zahl ist halb so groß wie die Anzahl der Teiler ihrer Spiegelzahl.

b) Die Summe der Teiler der Spiegelzahl ist um 1 kleiner als die Quadratzahl.)

3. Überraschend eindeutig

Hans, Inge, Peter spielen Rechenball. In jeder Runde erhält der Gewinner a Punkte, der Zweite b Punkte und der Verlierer c Punkte, wobei $a > b > c > 0$ ganze Zahlen sind. Ein Spiel besteht aus mehreren Runden.

Der Endstand lautet: Peter hat 20 Punkte, Inge 10 und Hans 9 Punkte. Inge gewann die zweite Runde. Wer gewann die erste Runde und wie viele Punkte erzielte Hans in der letzten Runde?