

## Zirkel 29

### Aufgaben vom Zirkel am 05.05.21

**Satz** (Chinesischer Restsatz). *Seien  $m_1, m_2, \dots, m_k$  paarweise teilerfremde natürliche Zahlen und ein Gleichungssystem mit*

$$\begin{aligned}x &\equiv a_1 \pmod{m_1} \\x &\equiv a_2 \pmod{m_2} \\&\vdots \\x &\equiv a_k \pmod{m_k}\end{aligned}$$

*gegeben. Sei außerdem  $M = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$ . Dann existiert eine Lösung des Gleichungssystems und alle Lösungen sind kongruent modulo  $M$ .*

1.  $x \equiv 1 \pmod{3}$  und  $x \equiv 3 \pmod{5}$ . Bestimme  $x$ !
2.  $x$  lässt bei Division durch 11 den Rest 9, bei Division durch 7 den Rest 5 und bei Division durch 3 den Rest 2. Bestimme  $x$ !
3. Eine alte Frau geht über den Marktplatz. Ein Pferd tritt auf ihre Tasche und zerbricht die gekauften Eier. Der Besitzer des Pferdes möchte den Schaden ersetzen und fragt die alte Frau, wie viele Eier in ihrer Tasche waren. Sie weiß die exakte Zahl nicht mehr, aber sie erinnert sich, dass genau ein Ei übrig bleibt, wenn sie beim Auspacken die Eier immer zu zweit aus der Tasche nimmt. Das Gleiche geschieht, wenn sie die Eier immer zu dritt, zu viert, zu fünft und zu sechst aus der Tasche nimmt. Nur wenn sie die Eier zu siebt aus der Tasche nimmt, bleibt kein Ei übrig. Was ist die kleinste Zahl an Eiern, welche die alte Frau in ihrer Tasche haben kann?
4. Der Kleinstaat Fabelland mit 33333 Einwohnern hat eine eigene Armee. Bei Übungsmärschen geht man in 5er-Reihen – dann gehen genau 4 Offiziere an der Spitze. Bei Paraden wird in 8er-Reihen marschiert – dann ist vorne das 5-köpfige Musikkorps. Beim jährlichen Manöver gehen alle in 7er-Reihen, und es bleiben genau 3 Mann zum Ziehen der einzigen Kanone Fabellands übrig. Als einmal ein hoher Staatsbesuch kam, stellte man sich in 9er-Reihen vor dem Bahnhof auf, wobei der General und der Trompeter an der Spitze waren. In der Verfassung des Landes steht, dass höchstens 10% aller Einwohner von Fabelland in der Armee sein dürfen. Die Frage ist nun, wieviele Soldaten Fabelland hat.