

Zirkel 8

Aufgaben vom Zirkel am 04.11.20

1. Schreibe eine Funktion $\text{primeNumber}(n)$, die die n -te Primzahl bestimmt. Wie heißt die 1000. Primzahl?

2. **Collatz-Zahlen**

Die Funktion f ist für (positive) natürliche Zahlen $n \in \mathbb{N}$ folgendermaßen definiert:

$$f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{wenn } n \text{ gerade ist,} \\ 3n + 1 & \text{wenn } n \text{ ungerade ist.} \end{cases}$$

Also ist z.B. $f(20) = 10$ und $f(5) = 16$. Man kann nun mit einem beliebigen Startwert n anfangen und sukzessive $f(n)$ ausrechnen, dann auf diesen Wert wieder f anwenden, auf das Ergebnis erneut f anwenden, und so weiter. Würde man zum Beispiel mit dem Startwert 42 anfangen, dann wäre der nächste Wert $f(42) = 21$, dann käme $f(21) = 64$ und dann $f(64) = 32$. Insgesamt sähe es so aus:

42, 21, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

Ab jetzt wird sich die Sequenz der letzten drei Zahlen offenbar unablässig wiederholen. Die sogenannte Collatz-Vermutung besagt, dass das bei jedem Startwert passiert: Irgendwann wird man immer bei der Eins ankommen.

Finde mit Hilfe eines Python-Programms heraus, für welchen Startwert zwischen 1 und 10000 man am längsten warten muss, bis man zum ersten Mal den Wert eins erreicht.

3. Löse das folgende binäre Logikrätsel!

										0
	0	0				0				
			0				1	1		
								0		1
					0				0	
0				1		1				
0		0		1				0	0	
			0							0
										1
		0			1					0
					1					
			1	1			1	1		

- In jedem Kästchen steht entweder eine Null oder eine Eins.
- Es dürfen niemals mehr als zwei gleiche Ziffern hintereinander kommen, egal ob über- oder untereinander.
- Jede Zeile und jede Spalte muss die gleiche Anzahl an Einsen und Zweien enthalten.