

Aufgaben vom Zirkel am 05.12.2018

Schubfachprinzip I

1. (a) Mach dir klar, warum folgende Aussage richtig ist: Unter 13 Personen gibt es ganz sicher mindestens zwei, die im selben Monat Geburtstag haben.
(b) Kann man etwas genaueres darüber sagen, in welchem Monat diese zwei Personen Geburtstag haben?
(c) Wie lautet die entsprechende Aussage für 16 Personen?
(d) Für welche Personenzahlen kann man dieselbe Aussage formulieren?
(e) Wie viele Personen benötigt man, damit ein Monat existiert, in dem mindestens 3 dieser Personen Geburtstag haben?
(f) Wie viele Personen benötigt man, um zu garantieren, dass von diesen mindestens $4, 5, 6, \dots, m$ Personen im selben Monat Geburtstag haben?
2. (a) Richtig oder falsch: Es gibt zwei Berliner mit derselben Zahl von Kopfhaaren.
(b) Wie lautet die Antwort, wenn man alle Körperhaare (eines durchschnittlichen Erwachsenen) betrachtet?
3. In der Sockenkiste von Professor Mathemix befinden sich 10 graue und 10 schwarze Socken. Der Professor nimmt – in Gedanken versunken und ohne hinzuschauen – eine Reihe von Socken heraus. Wieviele muss er herausnehmen, um
 - (a) garantiert zwei gleichfarbige,
 - (b) garantiert zwei graue Socken zu erhalten?

Aufgaben vom Zirkel am 05.12.2018

Schubfachprinzip II

1. Zeige: Unter 10 beliebigen natürlichen Zahlen gibt es stets zwei, deren Differenz durch 9 teilbar ist.
2. Zeige: Unter 12 verschiedenen zweistelligen Zahlen gibt es stets zwei, deren Differenz eine zweistellige Zahl mit gleichen Ziffern ist.
3. Wie viele Zirkelteilnehmer sind heute anwesend? Sicher hat jeder von euch schon mit dem ein oder anderen geredet, aber vielleicht noch nicht mit jedem. Ganz sicher gibt es aber mindestens zwei unter euch, die mit der selben Anzahl an Mitschülern geredet haben. Warum?
4. Im Inneren eines gleichseitigen Dreiecks der Seitenlänge 1 sind 5 beliebige Punkte markiert. Zeige: Unter diesen 5 Punkten haben ganz sicher zwei einen Abstand kleiner oder gleich $1/2$.
5. Sei n eine natürliche Zahl, die weder durch 2 noch durch 5 teilbar ist. Zeige, dass es ein Vielfaches von n gibt, das nur aus Einsen besteht.