

Aufgaben vom Zirkel am 10.12.2018

1. Einfach

Bestimme bei den Folgen jeweils die nächsten Zahlen:

- 1 2 3 4 ...
- 1 3 5 7 ...
- 2 4 6 8 ...
- 3 6 9 12 ...
- 1 4 7 10 ...
- 1 5 9 13 ...

2. Schwieriger

Wie werden diese Folgen fortgesetzt?

- 1 4 9 16 ...
- 1 3 6 10 15 ...
- 1 8 27 64 ...
- 2 3 5 7 11 ...
- 1 1 2 3 5 8 13 ...

3. Noch ein bisschen schwieriger

Sei n eine natürliche Zahl ($n \geq 1$). Zeichne einen Kreis, markiere auf der Kreislinie n Punkte und zeichne alle Sehnen zwischen diesen Punkten ein. In wie viele Flächenstücke wird der Kreis durch die n Sehnen maximal zerlegt?

4. Beweis oder nicht?

- (a) Ein Forscher im Mittelalter beobachtete einen bislang wenig bekannten Planeten in den Jahren 1537, 1540, 1543 und 1546. Nun vermutete er, dass er ihn wohl auch im Jahre 1549 sehen müsste. Und er hatte Recht, 3 Jahre später erschien der Planet wieder am Himmel. Damit hatte er bewiesen, dass der Planet alle 3 Jahre am Himmel erscheint.
- (b) Die Lehrerin behauptete, dass die Hälfte aller Autos rot sei. Peter und Ina glaubten ihr nicht. So setzten sie sich am Sonntag an eine Straße und notierten die Farben der vorüberfahrenden Autos. Als sie 1000 gezählt hatten, meinten sie: das reicht. Sie zählten die verschiedenen Farben aus, und tatsächlich: 500 Autos, also genau die Hälfte waren rot. Die Lehrerin hatte also recht und sie hatten es bewiesen.
- (c) „Wenn ich 100m unter 10 Sekunden laufe“, sagte Hänschen, „werde ich zur Olympiade delegiert. Leider laufe ich aber die hundert Meter nicht unter 10 Sekunden, also wird das wohl nichts.“
- (d) In Berlin gibt es keine Füchse. Ich wohne schon seit einigen Jahren in Berlin, und ich habe noch nie einen gesehen.
- (e) Herrn Meiers Nachbar behauptete, in Brandenburg gäbe es Igel. „Das muss ich nachprüfen“, meinte Herr Meier und fuhr in die Uckermark. Kaum stellte er sein Auto an einem See ab, schon trottete frech ein Igel vorbei.

Beweisen

1. Aussagen oder nicht?

Prüfe für jeden der folgenden Sätze, ob es sich um eine Aussage im Sinne der mathematischen Logik handelt – d.h., ob du für ihn entscheiden kannst, ob er wahr oder falsch ist.

-
- Der Mond ist ein grüner Käse.
 - Kommst du morgen mit zum See?
 - Berlin liegt in Europa und Schnee ist weiß.
 - Rechts abbiegen verboten!
 - Er liest gern Bücher.
 - Menschen sind federlose Zweibeiner.
 - Alle Knaffs sind grüne Hunkis.
 - Dieser Satz ist keine Aussage.
 - Karl der Große benutzte eine Mikrowelle.
 - $(3 + 7) : 2$
 - $(3 + 7) : 2 = 5$
 - Diese Aussage ist falsch.
 - Für alle natürlichen Zahlen a gilt: $a + 3 > 3$
 - $2x + 3y$
 - Wenn es draußen regnet, nimmt Erika einen Schirm.
 - Er heißt Peter.
 - Schnee ist schwarz.
 - Karl der Große benutzte einen Trockenrasierer.
 - Wenn x eine gerade natürliche Zahl ist, dann ist x durch 2 teilbar.
 - Wenn das Benzin ausgeht, dann bleibt das Auto stehen.
 - Wenn ich 700 Jahre alt werde, werde ich 700 Jahre alt.
 - 7 ist keine Primzahl.
 - Der folgende Satz ist falsch. Der vorangehende Satz ist richtig.
 - Erbsen sind lecker.
 - Sie besucht ihn morgen.
 - Gras ist grün.
 - Der dritte Buchstabe in diesem Satz ist ein r.
 - Die Summe der ersten 5 Zahlen ist 15.
 - Die Summe der ersten 4 positiven ganzen Zahlen ist 10.
 - Es regnet.
 - x ist positiv.
 - Die Winkel in einem Dreieck sind zusammen 180°
 - Alle 2 m großen Menschen sind älter als 200 Jahre.
 - Es regnet, damit die Straße nass wird.
 - 5 ist kleiner als 4.
 - y ist kleiner als $2y$.
 - 6 ist keine Primzahl.
 - $3 + 4 = 12$.
-

2. Beweise dich! (Oder widerlege die Aussage.)

- I) Für alle natürlichen Zahlen n (kurz: für alle $n \in \mathbb{N}$) ist 3 ein Teiler von $n^3 - n$.
- II) Für natürliche Zahlen n, m gilt $n^2 = m^2 \Leftrightarrow (n = m \text{ oder } n = -m)$.
- III) Die Summe egal welcher fünf aufeinander folgenden ganzen Zahlen ist durch 5 teilbar.
- IV) $k \in \mathbb{N}$ ist ungerade genau dann, wenn k^3 ungerade ist.
- V) Das Produkt von zwei Quadratzahlen ist wieder eine Quadratzahl.
- VI) Sind x und y beliebige rationale Zahlen, so gilt

$$(x^2 = y^2) \Leftrightarrow x = y.$$

- VII) Die Quersumme einer dreistelligen Quadratzahl ist immer eine Quadratzahl.
- VIII) Wenn ein Winkel im Dreieck 120° misst, dann ist das Dreieck nicht rechtwinklig.
- IX) Die Summe zweier aufeinanderfolgender Zahlen ist genauso groß wie die Differenz ihrer Quadrate.