

Aufgaben vom Zirkel am 27.02.2019

1. MO 580636

Von einer natürlichen Zahl seien folgende Eigenschaften bekannt:

- (1) Das Produkt ihrer Ziffern beträgt 24.
 - (2) Sie ist durch 4 teilbar.
 - (3) Die Quersumme ihrer Ziffern beträgt 12.
- a) Ermittle die kleinste natürliche Zahl, die diese Eigenschaften besitzt.
 - b) Ermittle alle vierstelligen natürlichen Zahlen, die diese Eigenschaften besitzen.
 - c) Ermittle die größte natürliche Zahl, die diese Eigenschaften besitzt.

2. MO 580732

Wir betrachten Dreiecke mit folgenden Eigenschaften:

- (1) Der Umfang beträgt 33 cm.
- (2) Alle Dreieckseiten haben in Zentimeter gemessene ganzzahlige Maßzahlen.
- (3) Eine Dreieckseite ist doppelt so lang wie eine andere.

Ermittle alle Möglichkeiten für die Seitenlängen derartiger Dreiecke.

3. MO 580834

Die 30 Preisträger einer Landesrunde der Mathematik-Olympiade sollen mit Sachprämien ausgezeichnet werden, die ein Sponsor zur Verfügung stellt. Es stehen drei verschiedene Sorten von Sachprämien im Werte von 30 €, 24 € und 18 € zur Verfügung. Von jeder Sorte soll mindestens ein Exemplar verteilt werden, und jeder Preisträger soll genau eine dieser Prämien erhalten.

Ermittle, wie viele Möglichkeiten der Zusammenstellung es gibt, wenn der Sponsor für diese Art der Auszeichnung genau 600 € zur Verfügung gestellt hat, die vollständig ausgegeben werden sollen.

Hinweis: Eine mögliche Zusammenstellung ist: Eine Sachprämie zu 30 €, 8 Sachprämien zu 24 € und 21 Sachprämien zu 18 €.

4. MO 580835

Über zwei positive ganze Zahlen k und n werden fünf Aussagen getroffen:

- (1) Die Zahl k teilt $n + 1$.
- (2) Es gilt $n = 2 \cdot k + 5$.
- (3) Die Zahl $n + k$ ist ein Vielfaches von 3.
- (4) Die Zahl $n + 7 \cdot k$ ist eine Primzahl.
- (5) Genau eine der Aussagen (1), (2), (3) und (4) ist falsch.

Ermittle alle Paare (k, n) positiver ganzer Zahlen k und n , für die die Aussage (5) wahr ist.