

10. Berliner Tag der Mathematik

Mannschaftswettbewerb Klasse 7/8

Für jede Aufgabe ist eine Klarsichthülle beigelegt. Schreibt auf jedes Blatt Eure Klassenstufe, Team-Nummer sowie die Aufgabennummer. Achtet darauf, dass das farbige Blatt **auf jeden Fall und obenauf** in der Hülle ist, auch wenn dort nicht die richtige Lösung steht. Kennzeichnet das, falls dies so ist.

1. Unter 61 Kugeln befinde sich genau eine, die schwerer oder leichter als die übrigen ist. Durch höchstens dreimaliges Wägen mit einer Balkenwaage soll festgestellt werden, ob sie leichter ist. Wie muss man vorgehen? Begründet, warum Euer Vorschlag in jedem möglichen Fall die richtige Antwort liefert. (10 Punkte)

2. In einem Dreieck seien S die Summe der Seitenlängen und s die Summe der Längen der Seitenhalbierenden. Man beweise, dass $s < S < 2s$. (10 Punkte)

3. Ein Fallschirmspringer landet in einem von 2 Dörfern, er weiss nicht in welchem. Die Einwohner aus Wahrstein sagen immer die Wahrheit, die aus Lügenscheid lügen stets. Dummerweise ist gerade Markttag, so dass er Leute aus beiden Dörfern treffen kann. Der Mann stellt genau einem Marktbesucher eine Frage, auf die dieser nur mit "Ja" oder "Nein" antworten kann. Daraufhin weiß er sicher, ob er in Wahrstein oder Lügenscheid ist. Was hat er den Marktbesucher gefragt? (5 Punkte)

4. Für welche drei positiven natürlichen Zahlen ist ihre Summe gleich ihrem Produkt? (5 Punkte)

5. Für welche $k \geq 1$ gibt es k aufeinander folgende natürliche Zahlen, deren Summe 100 ist? (10 Punkte)