

10. Berliner Tag der Mathematik

Mannschaftswettbewerb Klasse 9/10

Für jede Aufgabe ist eine Klarsichthülle beigelegt. Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihre Klassenstufe, Team-Nummer sowie die Aufgabennummer. Achten Sie darauf, dass das farbige Blatt **auf jeden Fall und obenauf** in der Hülle ist, auch wenn dort nicht die richtige Lösung steht. Kennzeichnen Sie das, falls dies so ist.

1. In einer Stadt soll ein Netz von mindestens zwei Buslinien eingerichtet werden. Dieses Liniennetz soll folgenden Bedingungen genügen:

- (a) Auf jeder Linie gibt es genau drei Haltestellen.
- (b) Jede Linie hat mit jeder anderen Linie genau eine Haltestelle gemeinsam.
- (c) Man kann von jeder Haltestelle aus jede andere ohne umzusteigen erreichen.

Ermitteln Sie alle Möglichkeiten für die Anzahl der Buslinien eines solchen Netzes. (10 Punkte)

2. Es seien Längen $L_1 < L_2 \dots < L_5$ so gegeben, dass man aus je 3 verschiedenen Strecken dieser Längen ein Dreieck bilden kann. Man beweise, dass dann wenigstens eines der möglichen Dreiecke spitz ist. (10 Punkte)

3. Man beweise: Für positive natürliche Zahlen n und m gilt stets

$$n(n+1)(n+2)\dots(n+7) \neq m^4.$$

(10 Punkte)

4. Durch $y = ax^2 + bx + c$ sei eine Parabel gegeben. Sie enthalte wenigstens drei verschiedene Punkte (x, y) mit ganzzahligen Koordinaten. Warum sind dann a, b und c rational? (10 Punkte)