

MSG-Hausaufgaben Blatt 1

Zum 21.11.2016

Aufgabe 1. Es stehen 23 Springer auf einem Schachbrett. Zeige, dass stets 12 so ausgewählt werden können, so dass sie sich gegenseitig nicht bedrohen.

Aufgabe 2. Jeder Punkt der Ebene sei in rot oder blau gefärbt. Zeige, dass es zwei Punkte mit dem Abstand 1cm gibt, die die gleiche Farbe haben.

Aufgabe 3. Sei n eine gerade positive ganze Zahl. Die Zahlen a_1, a_2, \dots, a_n und b_1, b_2, \dots, b_n seien Vertauschungen von $1, 2, 3, \dots, n$. Zum Beispiel für $n = 4$ könnten die beiden Vertauschungen $1, 4, 3, 2$ und $2, 4, 1, 3$ lauten.

Wir betrachten nun die Zahlen $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots, a_n + b_n$. Im obigen Beispiel wäre das $3, 8, 4, 5$.

- a) Was ist die Summe der betrachteten Zahlen, $(a_1 + b_1) + \dots + (a_n + b_n)$?
- b) Wir nehmen an, dass die Zahlen $a_i + b_i$ alle verschiedene Reste bei Division durch n lassen. Was ist dann der Rest der Summe aller dieser Zahlen bei Division durch n ?
Kann dieser Fall überhaupt eintreten?
- c) Zeige, dass zwei der Zahlen $a_i + b_i$ sich durch ein Vielfaches von n unterscheiden.