

Poincaré , Henri, französischer Mathematiker und Physiker,
Sohn von Eugénie und Léon *Poincaré* , Cousin von Raymond *Poincaré* ,
* 29.4.1854 Nancy, Frankreich, #+ 17.7.1912 Paris

H. Poincaré ist der herausragende französische Mathematiker und Physiker gegen Ende des 19. und Anfang des 20. Jahrhunderts. Er lieferte richtungsweisende Beiträge für die grundlegenden Gebiete der Mathematik: Analysis, Algebra, Geometrie, Zahlentheorie. In der mathematischen Physik sind seine Arbeiten zum Dreikörperproblem (Himmelsmechanik) und zur speziellen Relativitätstheorie von großer Bedeutung. Nicht zu Unrecht wird *H. Poincaré* als der letzte Universalist bezeichnet, [ii]. Etwa 500 wissenschaftliche Artikel und 30 Bücher weisen ihn auch als einen der produktivsten Mathematiker aller Zeiten aus.

Von 1862 bis 1873 besuchte *Poincaré* das Gymnasium in Nancy. Er belegte mit 18 Jahren den ersten Platz im allgemeinen Kurs der Elementarmathematik, der an allen Gymnasien Frankreichs abgehalten wurde. Im folgenden Jahr errang er den ersten Platz im Spezialkurs Mathematik. Von seinen Lehrern und Mitschülern wurde er bereits als eine Ausnahmeerscheinung angesehen. "Ich habe ein 'monstre de mathématiques' in meiner Klasse", teilte *Poincarés* Lehrer *Elliot* einem Freunde mit.

Im Jahre 1873 nahm *Poincaré* das Studium an der *École Polytechnique* in Paris auf. Hier wurde er stark von *Charles Hermite* beeinflusst. 1875 setzte er sein Studium an der *École des Mines* fort. Diese Studienfolge legte den Grundstein für die spätere außergewöhnliche Fruchtbarkeit und Vielseitigkeit *Poincarés*. 1878 reichte er seine Dissertation über die "Integration von partiellen Differentialgleichungen mehrerer Variabler" ein, die er im folgenden Jahr erfolgreich verteidigte. Zu dieser Zeit war er als Bergbau-Ingenieur am Schacht von Vesoul tätig. Ende 1879 wurde er Lehrbeauftragter an der Universität von Caen (Normandie). Er beschäftigte sich intensiv mit den mathematischen Arbeiten von *Lazarus Fuchs*, der damals in Heidelberg lehrte. Nach seiner Vermählung mit Pauline d'Endessy folgte *Poincaré* dem Ruf zum Lehrbeauftragten an die wissenschaftliche Fakultät der Pariser Universität. Drei Töchter (1887, 1889, 1891) und ein Sohn (1893) zeugen von einer glücklichen Ehe.

An der Sorbonne begann seine stürmische, international beachtete, Publikationstätigkeit. Der bekannte schwedische Mathematiker *G. Mittag-Leffler*, ein Schüler von *K. Weierstraß* und *Ch. Hermite*, gründete die internationale mathematische Zeitschrift "Acta mathematica". Der erste Band enthielt *Poincarés* Artikel "Théorie des groupes fuchsienes" (Theorie der Fuchss-

chen Gruppen), dem weitere folgen sollten. *Weierstraß* in Berlin erkannte nun in *Poincaré* den berufensten unter den jungen französischen Mathematikern. In fruchtbarem Wettstreit mit *Felix Klein* gelang - ausgehend von den Fuchs'schen Gruppen - eine Synthese von nichteuklidischer Geometrie, Analysis und algebraischer Kurventheorie. Dabei wurde der Grundstein für eine allgemeine Theorie der automorphen Funktionen einer komplexen Veränderlichen gelegt. In Analogie zu Thetafunktionen wurden "fonctions thétafuchsiennes" eingeführt, die heute "*Poincaré*-Reihen" genannt werden.

1886 übernahm *Poincaré* den Lehrstuhl für mathematische Physik und Wahrscheinlichkeitsrechnung an der Sorbonne. Bereits ein Jahr zuvor begann seine langjährige Vorlesungstätigkeit auf diesen Gebieten. Er entwickelte sich dabei zum Experten auf fast allen Gebieten der mathematischen Physik. Viele dieser Vorlesungen wurden als Monographien veröffentlicht.

Er gewann 1889 den von König *Oskar II.* von Schweden ausgesetzten Preis für das Problem, die Bewegung von mehr als zwei unter gegenseitigem Gravitationseinflußstehenden Körpern zu beschreiben (Vielkörperproblem). Zwar bearbeitete *Poincaré* dabei "nur" das Dreikörperproblem. Doch Jury-Mitglied *Weierstraß* befand, daß die Publikation der preisgekrönten Arbeit eine neue Ära in der Geschichte der Himmelsmechanik eröffnen würde. In der Tat gab es seit dem Erscheinen des großen Werkes "*Mécanique céleste*" von *Laplace* schon über 60 Jahre lang keinen wesentlichen qualitativen Fortschritt mehr auf diesem Gebiet. *Poincaré* fand hier ein großes Anwendungsfeld für die Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Insbesondere wurde der wichtige Spezialfall, bei dem eine Masse m_A groß, die zweite m_B klein und die dritte m_C sehr klein ist - wie z.B. beim System Sonne-Erde-Mond - einer genaueren Analyse unterzogen. Hervorhebenswert ist *Poincarés* "Rückkehrtheorem": Unter der Voraussetzung, daß der Abstand AC beschränkt bleibt, kehren die drei Körper A, B, C unendlich oft und beliebig nahe zur Ausgangslage zurück.

Von dem Erfolg getragen wechselte *Poincaré* 1896 zum Lehrstuhl für Astronomie und Himmelsmechanik. Insgesamt zeugen sechs Bände, "*Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*" (Die neuen Methoden der Himmelsmechanik) (1892, 1893, 1899) und "*Leçons sur la mécanique céleste*" (Vorlesungen zur Himmelsmechanik) (1905, 1909, 1910) davon, daß er zu diesem Thema immer wieder zurückkehrte.

Poincarés Teilnahme am IV. Internationalen Philosophenkongreß (1911 in Bologna) weisen auf ein weiteres erfolgreiches Tätigkeitsfeld hin. Ausgehend von einer scharfsinnigen Analyse der *Maxwell*-Gleichungen der elektromagnetischen Feldtheorie und des Michelson-Versuches arbeitete *Poincaré* von 1895 bis 1905 an dem von ihm aufgestellten Relativitätsprinzip, das

den absoluten Vorstellungen von Raum und Zeit ein Ende bereitete. Er stellt auf dem Internationalen Physikerkongreß 1900 die Ätherhypothese entschieden in Frage und postulierte die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Zuvor hatte er in seinem Artikel "La mesure du temps" (Die Zeitmessung) im Jahre 1898 vom relativistischen Standpunkt aus das Problem der Gleichzeitigkeit von Ereignissen analysiert. *Poincaré* blieb keineswegs bei den naturphilosophischen Betrachtungen stehen, die das Ende der Vorherrschaft des mechanischen Materialismus in den philosophischen Auffassungen der Naturwissenschaftler signalisierten. In seinem Artikel "Sur la dynamique de l'électron" (Über die Dynamik des Elektrons) wies er nach, daß "... die elektromagnetischen Gleichungen nicht geändert werden durch gewisse Transformationen, die wir 'Lorentz-Transformationen' nennen werden; ...". In *Poincarés* populärwissenschaftlichen Büchern "La science et l'hypothèse" (Wissenschaft und Hypothese), "Sur la valeur de la science" (Der Wert der Wissenschaft) und "Science et methode" (Wissenschaft und Methode) wurden die Grundgedanken einem breiten Leserkreis zugänglich gemacht. Die weitere Entwicklung der Relativitätstheorie ist dann eng mit dem Werk *Albert Einsteins* verbunden.

Neue mathematische Methoden (Bifurkation) verwendete *Poincaré* auch bei seinen Untersuchungen rotierender Flüssigkeiten. Zu den bekannten Formen im Gleichgewichtszustand (Ellipsoide, Ringform) gelang es ihm, die neuen "pyriformes" hinzuzufügen, die in der Kosmologie reale Bedeutung erlangten.

Experimente mit der vibrierende Membran führten zu Vermutungen über Eigenfunktionen und Spektren des *Laplace*-Operators. Mit Hilfe der *Fredholm*schen Theorie der Integralgleichungen gelang *Poincaré* eine Lösung der zentralen damals formulierten Probleme. Zum angelehnten Dirichlet-Problem konnte er nach Erweiterung bekannter Methoden von *C. Neumann* und *H. A. Schwarz* Lösungen für zuvor unzugängliche nichtkonvexe Gebiete finden.

Poincaré will die qualitativen Änderungen von Ergebnissen, die durch Variation der Ausgangsbedingungen hervorgerufen werden, besser verstehen. In mehreren Artikeln über "Analysis situs" in den Jahren 1894 bis 1904 schuf er dabei die Grundlagen der algebraischen Topologie. Er definiert die Fundamentalgruppe und baut systematisch die simpliziale Homologietheorie auf. Die Begriffe "Poincaré-Dualität" und "Euler-Poincaré-Charakteristik" setzen ihm ein dauerhaftes Denkmal für diese Pionierarbeit. Die Existenz einer periodischen Lösung des beschränkten Dreikörperproblems wird auf die Existenz von Fixpunkten einer stetigen Transformation zurückgeführt. Der Beweis des Fixpunkttheorems gelang allerdings erst dem amerikanischen

Mathematiker *G. Birkhoff* kurze Zeit nach dem Tode *Poincaré*s.

Den Spuren von *Abel*, *Jacobi* und *Weierstrass* folgend befaßt *Poincaré* sich anfangs des 20. Jahrhunderts auch mit Perioden abelscher Integrale in Zusammenhang mit der Integration linearer partieller Differentialgleichungen. Hier findet er Zerlegungssätze für Matrixalgebren, die später von *J. Wedderburn* und *E. Artin* wiederentdeckt und systematisiert wurden. Um die enge Beziehung zwischen Lie-Algebren und Lieschen Gruppen zu verstehen und zu beschreiben, wird die "einhüllenden Algebra" eingeführt.

Zu diesen Algebra-Aktivitäten gesellt sich ein damals noch unscheinbarer Schritt in die Zahlentheorie mit der Arbeit "Sur les propriétés arithmétiques des courbes algébriques" (Über die arithmetischen Eigenschaften algebraischer Kurven) aus dem Jahre 1901. Mit den aktuellen Entwicklungen in der Kryptographie und dem Beweis des *Fermatschen* Satzes von *A. Wiles* ist sie inzwischen populärer geworden. Ständig an Struktur und Beweglichkeit von Lösungsmengen interessiert, wies *Poincaré* darin nach, daß die rationalen Punkte einer elliptischen Kurve eine abelsche Gruppe bilden und vermutete deren endliche Erzeugbarkeit, die erst später (1922) von *Mordell* bewiesen wurde. Für allgemeinere Kurven schlug *Poincaré* vor, auf ähnliche Weise mit Punktsystemen derselben zu verfahren. Ist eine solche Kurve über einem Zahlkörper K endlichen Grades definiert, so hat sie nur endlich viele Punkte mit Koordinaten in K . Dies wurde von *Mordell* vermutet und 61 Jahre später von *G. Faltings* (1983) auf den Wellen einer stürmischen Entwicklung der arithmetischen algebraischen Geometrie bewiesen. Für jede *Fermat*-Gleichung $x^m + y^m = 1$, $m \geq 4$, bedeutet dies, daß nur endlich viele rationalzahlige Lösungen existieren können.

Im letzten Jahr seines Lebens wandte sich *Poincaré* noch einmal einem neuen Gegenstand der Physik zu, nämlich der Quantentheorie. "H. *Poincaré* hat sich in dem tiefgründigen Aufsatz, den er der Quantentheorie widmete, als jugendlich, kritisch und produktiv erwiesen" - urteilte *Max Planck*.

Unerwartet verstarb *Poincaré* im Alter von 58 Jahren in Paris an einer Embolie, nachdem er acht Tage zuvor eine Operation erfolgreich überstanden hatte. Noch drei Wochen vor seinem Tode hielt *Poincaré* auf einer Versammlung der Liga für moralische Erziehung, der er angehörte, eine Ansprache mit dem Aufruf über die Ländergrenzen hinweg: "... Kommen wir also einander näher, lernen wir uns kennen und damit achten, und arbeiten wir an der Verwirklichung des gemeinsamen Ideals!"

Poincaré wurde 1887 Mitglied der Pariser Akademie der Wissenschaften und zu deren Präsident im Jahre 1906 gewählt. 1900 war er Präsident des II. Internationalen Mathematikerkongresses in Paris und im gleichen Jahr auch Vizepräsident des Internationalen Physikerkongresses. Im Jahre 1905

wurde er in Budapest mit dem internationalen *Bolyai*-Preis ausgezeichnet. 1908 wurde *Poincaré* Mitglied der Académie Française, zu deren Direktor er 1912 berufen wurde. Unter den vielen nationalen und internationalen Funktionen und Ehrungen sei noch die Ehrendoktorwürde der Berliner Universität genannt, die ihm 1910 während einer Vortragsreise verliehen wurde.

Literatur

- [1] Théorie des groupes fuchsienues, Acta math. **1** (1882), 1 - 62
- [2] Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique, Acta math. **13** (1890), 1 - 270
- [3] Analysis situs, J. École Polytechnique **1** (1895), 1 - 123
- [4] Sur la dynamique de l'électron, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, **21** (1906), 129 - 175
- [5] Wissenschaft und Hypothese, Leipzig 1906
- [6] Oeuvres, I - XI, Acad. des Sciences de Paris, 1916 - 1954

- [i] Korn, A., Henri Poincaré (1854 bis 1912), Sitzungsbericht der Berliner Mathematischen Gesellschaft **12** (1913), 2 - 13
- [ii] Bell, E.T., Der letzte Universalist, in: Bell, E.T., Die großen Mathematiker, Düsseldorf 1967, 491 - 517
- [iii] Tjapkin, A., Šibanov, A., Poincaré, Das Leben bedeutender Persönlichkeiten, Molodaja Gvardija, Moskva 1982